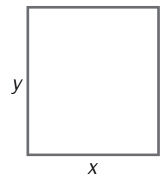
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

13.16 Con 5 metros de moldura se quiere construir un marco de forma rectangular y área máxima. ¿Cuáles serán sus dimensiones?



Perímetro $= 2x + 2y = 5 \rightarrow y = \dfrac{5 - 2x}{2}$

Área $= f(x) = x \cdot y$

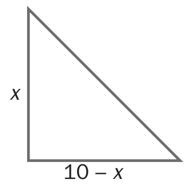
$f(x) = x\dfrac{5 - 2x}{2} = -x^2 + \dfrac{5}{2}$

La parábola $f(x)$ es abierta hacia abajo porque $a = -1 < 0$.

El máximo de la función está en el vértice. La abscisa del vértice es $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-\frac{5}{2}}{-2} = \dfrac{5}{4}$.

La ordenada del vértice es $y = \dfrac{5 - 2\frac{5}{4}}{2} = \dfrac{5}{4}$. Por tanto, el marco es un cuadrado de $\dfrac{5}{4}$ m de lado.

13.17 De todos los triángulos rectángulos cuya suma de catetos es 10 centímetros, ¿cuál es el que tiene mayor superficie?



$$\text{Área} = A(x) = \frac{x(10 - x)}{2} = -\frac{x^2}{2} + 5x$$

La gráfica de esta función $A(x)$ es una parábola abierta hacia abajo. Su máximo está en el vértice.

Hallamos la abscisa del vértice: $x_v = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-5}{-2 \cdot \frac{1}{2}} = 5$

El triángulo rectángulo con mayor superficie es el que tiene los dos catetos son iguales y miden 5 cm cada uno.